

## PERHITUNGAN JUMLAH EKSPONEN RELASI PICTURE PADA BARISAN GENERATOR MODUL HOMOTOPI PADA PRESENTASI GRUP $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$ KE $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$

**Dedi Mardianto**

Fakultas Ekonomi, Universitas Sumatera Barat, Jln. Kolonel Anas Malik By Pass Kota Pariaman  
email: dedimardianto91@gmail.com

### **Abstract**

*This paper discuss about the number of exponents relation for generator of second homotopy module for two group presentation  $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$  to  $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ . From group presentation  $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$ , we get picture can be operation picture so that we get picture for  $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ . From sequence generators we can get number of exponents relation is 0,1,2,3.*

**Keywords:** group presentation; number of exponents relation

### **Abstrak**

Pada penelitian ini membahas tentang jumlah eksponen relasi pada picture generator modul homotopi kedua dari presentasi grup  $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$  ke  $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ . Dari presentasi grup  $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$  diperoleh picture yang bisa dioperasikan menggunakan operasi-operasi picture sehingga diperoleh picture pada presentasi grup  $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ . Selanjutnya dari barisan generator tersebut dihitung jumlah eksponen relasinya adalah 0,1,2,3

**Kata Kunci :** presentasi grup; jumlah eksponen relasi

*This work is licensed under Creative Commons Attribution License 4.0 CC-BY International license*



### **PENDAHULUAN**

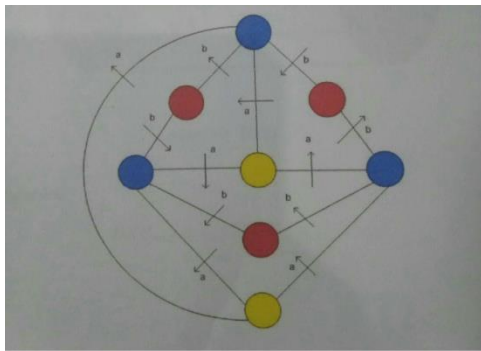
Misalkan  $P = \langle a, r \rangle$  dan  $Q = \langle y, s \rangle$  adalah dua presentasi grup yang mendefinisikan grup yang sama. Dari masing-masing presentasi ini kita peroleh picture. Suatu picture adalah susunan secara geometri yang memuat disk-disk yang berlabelkan word pada presentasi grup tersebut (Baik 1998). Picture tersebut bisa kita lakukan operasi-operasi picture sehingga diperoleh barisan generator modul homotopy yang

membangun grup tersebut. Suatu picture atas  $P$  disebut spherical picture jika semua lengkung dalam  $P$  tidak menyentuh disk batas. Salah satu sifat picture yang terkait generator modul homotopi kedua yaitu jumlah eksponen relasi (Dedi Mardianto(Andalas 2016). Pada artikel ini akan dibahas tentang perhitungan jumlah eksponen relasi dari barisan generator modul homotopi kedua dari presentasi grup  $\langle x, y \mid xyx = yxy \rangle$  ke presentasi grup  $\langle a, b \mid a^2, b^3 \rangle$ .

**LANDASAN TEORI**

Salah satu sifat picture terkait generator modul homotopi kedua yaitu menghitung jumlah eksponen relasi dari picture. Definisi Jumlah eksponen relasi yang ditulis disini adalah yang terdapat pada (Yanita and Mardianto 2016) dapat dilihat sebagai berikut : Untuk picture  $\mathbf{P}$  atas  $P$  dan untuk  $R \in \mathbf{r}$ , jumlah eksponen dari  $R$  di  $\mathbf{P}$  ditulis  $EXP_R(\mathbf{P})$  adalah bilangan disk dari  $\mathbf{P}$  yang dilabel oleh  $R$  dan negatif bilangan untuk  $R^{-1}$ . Jika  $\mathbf{P}_1$  dan  $\mathbf{P}_2$  ekuivalen maka  $EXP_R(\mathbf{P}_1) = EXP_R(\mathbf{P}_2)$  untuk semua  $R \in \mathbf{r}$ .

Contoh misalkan  $P = \langle a, b | a^3, b^2, (ab)^2 \rangle$ . Selanjutnya diperoleh picture atas  $P$  yaitu :



Gambar 1 Picture atas  $P$

Maka diperoleh jumlah eksponen relasi dari picture tersebut adalah

$$EXP_{a^3}(\mathbf{P}) = 1 + 1 = 2$$

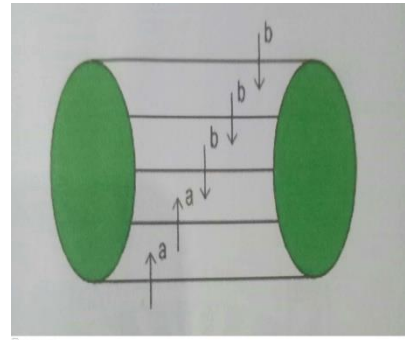
$$EXP_{a^2}(\mathbf{P}) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$EXP_{(ab)^2}(\mathbf{P}) = 1 + 1 + 1 = 3$$

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Sesuai dengan tujuan tulisan ini adalah untuk menghitung jumlah eksponen relasi dari barisan generator  $\pi_2(\langle x, y | xyx = yxy \rangle)$  ke  $\pi_2(\langle a, b | a^2, b^3 \rangle)$  maka terdapat beberapa generator pokok yang menyusun modul homotopi kedua untuk presentasi grup tersebut.

Untuk generator pertama yaitu :

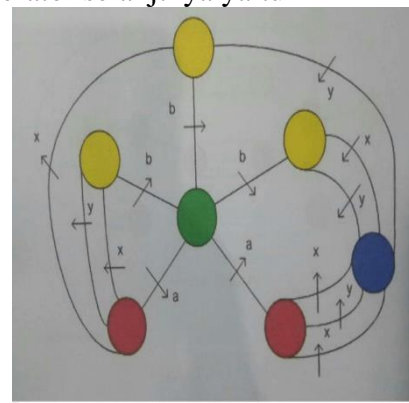


Gambar 2  $\mathbf{P}_1$

Maka diperoleh

$$EXP_{xyxy^{-1}x^{-1}y^{-1}}(\mathbf{P}_1) = 1 + (-1) = 0$$

Generator selanjutnya yaitu



Gambar 3  $\mathbf{P}_2$

Maka diperoleh

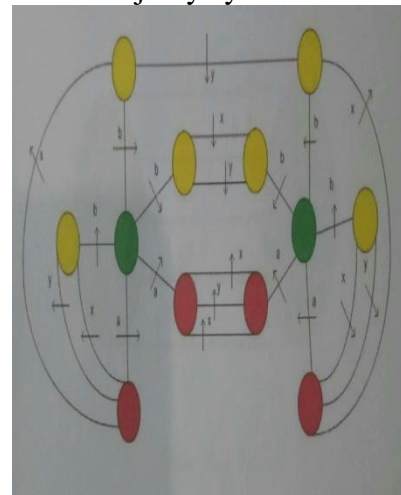
$$EXP_{a^2b^{-3}}(\mathbf{P}_2) = 1$$

$$EXP_{xyxy^{-1}x^{-1}y^{-1}}(\mathbf{P}_2) = 1$$

$$EXP_{a^{-1}xyx}(\mathbf{P}_2) = 1 + 1 = 2$$

$$EXP_{b^{-1}xy}(\mathbf{P}_2) = 1 + 1 + 1 = 3$$

Generator selanjutnya yaitu :

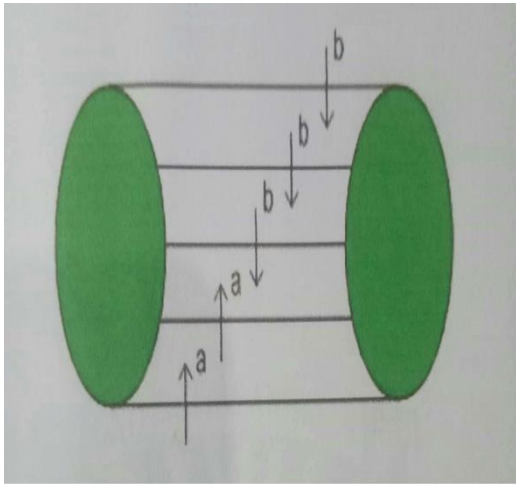


Gambar 4  $\mathbf{P}'_2$

Maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 EXP_{a^2b^{-3}}(\mathbf{P}'_2) &= 1 + (-1) = 0 \\
 EXP_{a^{-1}xyx}(\mathbf{P}'_2) &= 1 + 1 + (-1) + (-1) \\
 &= 0 \\
 EXP_{b^{-1}xy}(\mathbf{P}'_2) &= 1 + 1 + 1 + (-1) \\
 &+ (-1) + (-1) = 0
 \end{aligned}$$

Generator selanjutnya yaitu :



Gambar 5  $\mathbf{P}_3$

Maka diperoleh :

$$EXP_{a^2b^{-3}}(\mathbf{P}_3) = 1 + (-1) = 0$$

## SIMPULAN

Diberikan barisan generator modul homotopi kedua dari presentasi grup yang berbeda yang mendefinisikan grup yang saya yaitu  $\pi_2(\langle x, y | xyx = yxy \rangle)$  ke

$\pi_2(\langle a, b | a^2, b^3 \rangle)$ . maka jumlah eksponen relasi picture nya yaitu 0,1,2,3

## UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Universitas Sumatera Barat atas dukungan yang diberikan selama penelitian ini berlangsung. Tak lupa penulis mengucapkan terima kasih kepada Dr Yanita atas bimbingan selama penulis mengerjakan penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Baik, Y. G. Harlander. 1998. "The Geometry of Group Extension J Group Theory." In *The Geometry of Group Extension J Group Theory*, 395-416.
- Dedi Mardianto(Andalas, Universitas). 2016. "GENERATOR MODUL HOMOTOPI KEDUA UNTUK" 2 (April).
- Yanita, and Dedi Mardianto. 2016. "The Generator of Second Homotopy Module of  $\langle x, y; Xyx = yxy \rangle$  and  $\langle a, b; A^2, B^3 \rangle$  ." *International Mathematical Forum* 11 (12): 583-90. <https://doi.org/10.12988/imf.2016.6233>.